# Complétions de Cauchy de structures uniformes du premier ordre

Armin Rigo

Le procédé habituel de complétion de Cauchy peut être étendu, en théorie des modèles, à la complétion de structures du premier ordre munies d'une structure d'espace uniforme. Le complété ainsi obtenu est plus "riche" que la structure de départ, bien que souvent fort différent – par exemple, le complété d'un groupe n'est pas toujours un groupe. Cette méthode est directement inspirée de travaux de R.J. Malitz qui l'a introduite dans le cadre de la théorie des ensembles. [1]

Cette construction, et en particulier la $\kappa$-compacité du complété (qui est souvent essentielle), a été étudiée en détail par Hinnion. [2]

Une nouvelle notion d'"équilibre" sur les formules du premier ordre permet de prédire dans une certaine mesure quels seront les énoncés satisfaits dans le complété de Cauchy, et ce uniquement à partir de calculs dans le modèle de base. [3]

Les formules équilibrées offrent une nouvelle approche à la construction de modèles ou de théories consistantes. Par exemple, en théorie des ensembles, elles permettent de prouver la consistence de théories "naïves" des ensembles (Frege) dans certaines logiques non classiques (paradoxales et partielles).

[1] Malitz R.J. *Set theory in which the axiom of foundation fails*, Ph.D Thesis, University of California (1976) (unpublished; available from University Microfilms International, Ann Arbor, Michigan 48106).

[2] Hinnion R. *Directed Sets and Malitz-Cauchy-Complietions*, Mathematical Logic Quarterly 43 (1997).

[3] Rigo A. *Balancing formulas in Cauchy-completions of first-order structures*, submitted (2000).

**Address:** Université Libre de Bruxelles, Campus de la Plaine, Service de Logique C.P. 211, Boulevard du Triomphe, B-1050 Bruxelles, Belgium
**E-mail:** `arigo@ulb.ac.be`