L'hypothèse du continu

W. Hugh Woodin

COURS INTENSIF

Je passerai en revue, dans ces trois conférences, certains résultats récents qui étayent la thèse que l'hypothèse du continu est fausse. Notre approche consistera en l'étude abstraite des possibilités de "bonnes" théories pour la structure de l'ensemble des parties de ω_1, le premier ordinal non-dénombrable. Cette structure est tout simplement la structure $H(\omega_2)$ des ensembles héréditairement de cardinalité inférieure ou égale à $\aleph_1$.

Informellement, une théorie sera dite "bonne" si elle est finiment axiomatisable modulo des énoncés de consistance. Plus précisément, une théorie sera bonne si elle est finiment axiomatisable au-dessus de ZFC en Ω-logique. La Ω-logique est une logique forte qui est préservée par forcing. La Ω-conjecture est l'assertion que la Ω-logique est la logique la plus forte jouissant de cette propriété. Les énoncés valides de la Ω-logique definissent, abstraitement, une hiérarchie d'énoncés de consistence ; la Ω-conjecture entraîne que cette hiérarchie est cofinale dans les axiomes de grand cardinaux.

Il existe de bonnes théories pour $H(\omega_2)$, mais toute bonne théorie entraîne la négation de HC. Au cœur de ces résultats se trouve la combinatoire des parties stationnaires co-stationnaires de ω_1. En effet, ces ensembles y jouent un rôle central.

Address: Department of Mathematics, University of California, Berkeley, CA 94720-3840, USA
E-mail: woodin@math.berkeley.edu