Relèvements continus

Ilijas Farah

Conjecture : Moyennant un axiome de forcing suffisamment fort (par exemple PFA), pour chaque couple I, J d'idéaux projectifs sur N, tout isomorphisme entre leurs algèbres quotient admet un relèvement continu. (Un idéal est dit projectif s'il correspond un sous-ensemble projectif de l'espace de Cantor.)

Une réponse affirmative à la question posée impliquerait que deux algèbres quotient sont isomorphes si et seulement si il existe un isomorphisme définissable. Cela a été prouvé dans [1] pour des P-idéaux, en utilisant un axiome bien plus faible que PFA. Je passerai en revue des avancées récentes sur cette question, et j'expliquerai les liens avec la structure de GAP-SPECTRA dans les algèbres quotient.

Il convient de ne pas confondre ce qui précède avec une conjecture complémentaire de Todorcevic, suivant laquelle tout homomorphisme entre quotients suivant des P-idéaux analytiques qui admet un relèvement continu admet un relèvement complètement additif (voir [1]). Cette dernière conjecture s'intéresse à la structure des homomorphismes définissables, tandis que la précédente traite de l'interaction entre ensembles définissables et ensembles quelconques de réels. Elle fait partie d'un programme qui étudie les cas où les applications qui relient des objets définissables sont elles-mmes définissables.

Références.

[1] I. Farah, Analytic quotients: theory of liftings for analytic ideals over the integers, Memoirs of the AMS, à paraître.

Address: Department of Mathematics, Rutgers University, 110 Frelinghuysen Road, Piscataway, NJ 08854-8019, USA
E-mail: ilijas@math.rutgers.edu