# Paul Du Bois-Reymond et l'idée de logique empirique

Michel Bourdeau

Dans la polémique qui a précédé l'axiomatisation de Heyting, la logique intuitionniste était appelée empirique. Si l'on veut bien considérer que, pour la plupart d'entre nous, une telle expression contient une contradiction in adjecto, et que certains cherchent à remettre en circulation l'idée de mathématique empirique, il n'est pas sans intérêt de se demander ce qu'on pouvait bien entendre par là. De divers cotés, on a depuis longtemps signalé que un idéalisme comme celui de Brouwer n'excluait nullement une conception expérientielle des mathématiques. Mais, d'un point de vue historique, la réponse pointe sans conteste vers Paul Du Bois-Reymond (1831-1889), et attire ainsi l'attention sur une oeuvre qui jouissait encore entre les deux guerres d'une incontestable notoriété. Au plan proprement mathématique, Brunschvicg et Cavaillès accordaient à Du Bois-Reymond une place non négligeable dans la genèse de la théorie des ensembles. Son influence est très sensible dans l'oeuvre de Borel. Il est en effet l'inventeur du raisonnement diagonal, souvent attribué à Cantor et, avec son "théorème fondamental" il nous a, le premier, montré l'existence de l'indénombrable. Les pré-intuitionnistes ne cachaient pas leur sympathie pour un point de vue où, à la différence de chez Cantor, le transfini repose non sur un principe posé *a priori*, mais sur un fait mathématique irréfutable. Au plan philosophique, la Théorie générale des fonctions de 1882, traduite dès 1887 en français par Gaston Milhaud, prend la forme d'un dialogue entre un empiriste et un idéaliste, où l'on a voulu voir une anticipation de l'opposition aujourd'hui familière entre platonisme et constructivisme. C'est là qu'il faut trouver la réponse à notre question initiale. L'auteur attribue les difficultés à clarifier les notions fondamentales de l'analyse à l'existence de deux formes d'intelligence : "l'idealiste croit à la vérité de certaines formes limites de nos idées exigées par notre entendement, mais qui sont en dehors de toute perception et de toute représentation sensible; l'empirisme est le système de complète abnégation, il n'admet comme existant ou comme correspondant à l'existence que ce qui peut être perçu". L'exposé s'efforce d'être neutre et adopte pour méthode : langage empiriste, preuves idéalistes. Les préférences de l'auteur sont toutefois manifestes. Les mathématiques idéales ne sont que des constructions *a priori* ou mieux *a posteriori*, puisque la genèse des concepts y est délibérément occultée. A ne considérer qu'elles, il serait facile de ne voir dans les mathématiques qu'un jeu de symboles vide de sens, et c'est pourquoi il importe de ne jamais perdre contact avec les mathématiques effectives, qui progressent en tâtonnant.

**Address:** CAMS-CNRS, 52 boulevard Raspail, 75006 Paris, France
**E-mail:** Michel.Bourdeau@ehess.fr